Secțiuni și plane paralele

Tema 6, cls.8, MateMaraton, Decembrie, 2019

1. Un plan intersectează muchiile $[AB]$, $[AC]$ și $[AD]$ ale tetraedrului $ABCD$ în punctele M, N și, respectiv, P. Știind că planele (MNP) și (BCD) sunt paralele, $(BN) \cap (CM) = \{L\}$, $(CP) \cap (DN) = \{Q\}$ și $(DM) \cap (BP) = \{R\}$, demonstrați că $(LRQ) \parallel (MNP)$.

8.0.159, OL, Tulcea, 2018; Supliment GM nr. 12/2017

2. Pe planul pătratului $ABCD$ se ridică perpendicularele AA', BB', CC' astfel încât A', B', C' se află de aceeași parte a planului pătratului și $[AA'] \equiv [BB'] \equiv [CC']$. Arătați că $(AB'C) \parallel (A'DC')$.

8.0.7, OL, Arad, 2017

3. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$. Considerăm punctele $E \in (BD)$ astfel încât $BD = 4 \cdot DE$ și $E' \in (B'D')$ astfel încât $D'E' = 3 \cdot B'E'$. Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele muchiilor AB, BC, $C'D'$ și respectiv $A'D'$, arătați că $(EPQ) \parallel (E'MN)$;

8.0.70, OL, Dolj, 2017

4. Fie A, B, C, D necoplanare astfel încât $BC = (AB + AC)/2$. Fie G centrul de greutate al $\triangle ABD$, G' centrul de greutate al $\triangle ACD$, iar I centrul cercului înscris în $\triangle ABC$. Demonstrați că $(IGG') \parallel (BCD)$. *OL, Timiș, 2013*

Indicații:

Ex.1: Arăt că $RQ \parallel MN$ *(și* $QL \parallel PM$*)* $\Rightarrow$ *tb. sa arăt că* $DQ/QN = DR/RM \Rightarrow$ *tb. sa arăt că* $DC/PN = DB/PM$.

Ex.2: Se arată ca $AC \parallel A'C'$ *și* $B'C \parallel A'D$.

Ex.3: Se arată ca (1) $QP \parallel MN$ *și (2)* $EH \parallel E'H'$ *unde* H *și* H' *sunt picioarele înălțimilor din* E *pe* PQ*, respectiv din* E' *pe* MN.

Ex.4: Centrul cercului înscris $\Rightarrow$ *intersecția bisectoarelor. Daca* $AG \cap BD = \{M\}$ *și* $AI \cap BC = \{N\} \Rightarrow$ *arăt că* $GI \parallel MN \Rightarrow$ *arăt că* $AG/GM = AI/IN \Rightarrow$ *arăt că* $AI/IN = 2$.

Din T. Bisectoarei in $\triangle ABN \Rightarrow AI/IN = AB/BN$.

Din T. Bisectoarei in $\triangle ABC \Rightarrow AC/AB = NC/BN \Leftrightarrow (AC + AB)/AB = (NC + BN)/BN \Leftrightarrow 2BC/AB = BC/BN \Rightarrow AB/BN = 2$.