

## Clasa a 8-a, Grupa 1, Tema 4.

MateMaraton, Noiembrie, 2019

1. Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  care verifică relația:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 13} + \sqrt{x^2 + 4x + 5} \leq 3$$

OL, Dolj, 2018

2. Se consideră  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $b - a = 3$ ,  $b \in [3, 6]$ . Arătați că:

$$\sqrt{2a^2 + b^2 - 6b + 9} + \sqrt{2a^2 + b^2 - 12a - 12b + 54} = 3\sqrt{3}$$

OL, Giurgiu, 2018

3. Fie  $x, y \in \mathbb{R}$  astfel încât  $y = \frac{x+1}{3}$  și  $x \in [-1, 2)$ . Demonstrați că

$$a = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5}$$

are valoare constantă.

OL, Gorj, 2013

4. Dacă  $x \in [-3, 5]$  și  $y \in [-1, 6]$ , arătați că:

$$a = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy - 22x - 22y + 121} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy + 8x + 8y + 16}$$

este număr natural.

OL, Bistrița Năsăud, 2013

*Indicații:*

În toate exercițiile încercăm să formăm sub radical un pătrat perfect (care este pozitiv)...și (uneori) încă un rest.

În toate exercițiile intervalele din ipoteză se folosesc pt. explicitarea modulului.

Ex.1: Se folosește formula:  $(a + b + c)^2 = \dots$  rezultă  $\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 13} = \sqrt{pp + 4} \geq 2$

Ex.2: Se înlocuiește în expresie  $a = b - 3$  și rezulta sub fiecare radical câte un pp (în funcție de  $b$ ).

Ex.3: "Valoare constantă": arătăm că rezultatul este un număr (adică o valoare <https://www.overleaf.com/project/59f607be14c8d3640> care nu depinde de  $x$  sau  $y$ ). Se înlocuiește în expresie valoarea lui  $y$  și rezulta sub fiecare radical câte un pp (în funcție de  $x$ ).

Ex.4: Se folosește formula:  $(a + b + c)^2 = \dots$