

## Rapoarte și proporții

Tema 6, cls.6, MateMaraton, Decembrie, 2019

1. Arătați că dacă numerele naturale  $a, b, c, d, e, f$  sunt direct proporționale cu numerele 5, 5, 3, 2, 1, 8 atunci  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = f^2$ .

OL, Alba, 2013

2. Determinați numerele  $x, y, z$  știind că  $x + y, y + z, z + x$  sunt direct proporționale cu 5, 9, 12 și că  $\frac{5xy - 2yz}{z+y-x} = 36$ .

OL, Cluj, 2013

3. Determinați numerele naturale nenule  $a, b, c$  știind că  $a + 1, b + 4$  și 15 sunt direct proporționale cu 4, 10 și  $c + 3$ .

OL, Cluj, 2008

4. Raportul dintre numerele naturale  $a$  și  $b$  este  $\frac{7}{12}$ .

a) Să se arate că  $\frac{8a-3b}{b-a}$  este pătrat perfect;

b) Să se afle numerele  $a$  și  $b$  știind că suma pătratelor lor este 772.

OL, Timiș, 2013

*Indicații:*

*Ex.1: Se înlocuiește în ultima relație  $a = k \cdot 5$  etc și se fac calculele.*

*Ex.2: Se scriu cele 3 relații "în  $k$ " și se adună  $\Rightarrow x + y + z = 13k$ . Apoi, folosindu-ne de relațiile inițiale se determină  $x, y, z$  în funcție de " $k$ ". Ex:  $z = 8k$  și se înlocuiesc în fracția din enunț.  $\Rightarrow$  se determină  $k$ .*

*Ex.3: Din  $15 = k(c + 3)$   $\Rightarrow k = \frac{15}{c+3}$ . Dar  $k \in \mathbb{N} \Rightarrow (c + 3) | 15 \Rightarrow c \in \{2, 12\}$ . Se tratează cele 2 cazuri:*

*caz1:  $c = 2 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow$  se calculeaza  $a$  și  $b$*

*caz2:  $c = 12 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow$  se calculeaza  $a$  și  $b$*

*Ex.4: a) se împarte și numărătorul și numitorul fracției cu "b".*

*b) egalitatea din ipoteză se ridică la pătrat și se calculează  $a^2$  în funcție de  $b^2$ .*